

Penerapan Algoritma *Branch and Bound* dalam Pemecahan *Investment Problem* melalui *Linear Integer Programming*

Ramadhana Bhanuharya Wishnumurti 13519203¹

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

¹13519203@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Investasi adalah suatu hal penting yang dilakukan oleh banyak orang untuk melindungi aset dari penurunan nilai atau sekedar untuk mempersiapkan dana yang akan dibutuhkan di masa depan. Pemula dalam investasi sering bingung bagaimana cara memulainya dan sering disarankan untuk memulai dengan investasi reksadana karena memiliki profil risiko yang cenderung rendah dibanding instrumen investasi lainnya. Tapi kita sendiri pun bingung bagaimana manajer investasi Reksa Dana mengelola modal kita. Oleh karena itu, penulis berencana untuk menyelesaikan masalah tersebut dengan memberikan contoh model optimasi investasi reksa dana dengan menerapkan algoritma *branch and bound*.

Keywords—*Branch and Bound*, *Linear Programming*, Investasi, Reksa Dana

yang akan dipilih karena semua akan diatur oleh manajer investasi profesional yang sudah sangat handal dalam bidangnya. Lalu juga investasi reksa dana juga cocok untuk pemodal yang sibuk dan tidak punya waktu kosong untuk memantau kondisi pasar seperti para mahasiswa dan pekerja kantor.

Walaupun investasi reksa dana terlihat memiliki risiko yang minim, hal yang buruk pun dapat terjadi seperti risiko likuiditas dan wanprestasi yang bisa menimpa pemodal. Oleh karena itu sebagai pemodal, penting untuk memahami bagaimana para manajer investasi reksa dana mengalokasikan modal ke jenis investasi yang ada. Salah satu cara yang kita bisa gunakan adalah *investment problem* yang bisa diselesaikan menggunakan *linear integer programming* dan algoritma *branch and bound*.

I. PENDAHULUAN



Gambar 1 Ilustrasi Investasi

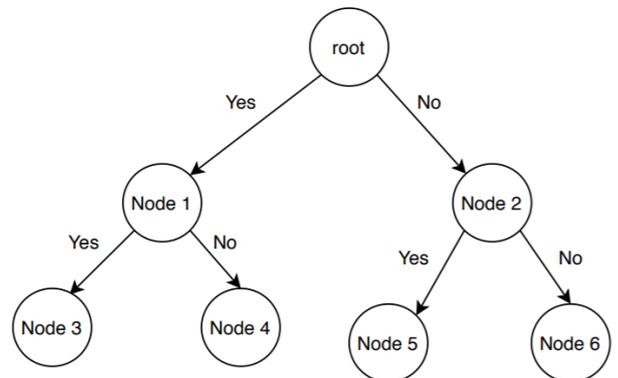
(Sumber: <https://www.qoala.app/id/blog/wp-content/uploads/2020/12/15-Investasi-yang-Menguntungkan-Masa-Depan-Terbaik-pada-2020.jpg>)

Pada masa pandemi ini banyak orang mulai berinvestasi, termasuk para mahasiswa. Tetapi banyak yang belum mengerti bagaimana menyalurkan modalnya dalam berinvestasi. Reksa dana adalah salah satu alternatif yang cocok dipilih oleh orang tersebut karena cenderung lebih mudah dibanding alternatif investasi lainnya. Kemudahan yang ditawarkan reksa dana adalah pemodal tidak perlu repot untuk memilih jenis investasi

II. DASAR TEORI

A. Pohon

Pohon adalah bentuk tak berarah dari graf di mana dua simpul terhubung pada satu jalur dan tidak mengandung sirkuit. Setiap simpul pada pohon terhubung dalam satu jalur dan saling terhubung dengan simpul lainnya yang terus bercabang sampai ujung dari pohon tersebut.



Gambar 2 Pohon

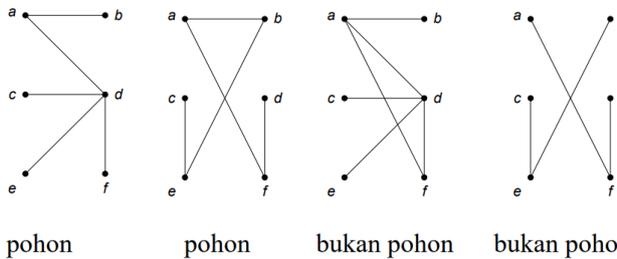
(Sumber: <https://www.baeldung.com/wp-content/uploads/sites/4/2020/08/example-1-1.png>)

Sebuah graf dapat dideskripsikan menjadi pohon ketika tidak berbentuk sirkuit, berbeda dengan contoh bukan pohon bukan pohon yang bentuk grafnya menjadi sebuah sirkuit yang terhubung. Istilah pohon diciptakan oleh Arthue Cayley, seorang matematikawan Inggris pada tahun 1857.

B. Properti Pohon

Teorema pohon sendiri adalah misal $G = (V,E)$ adalah graf tak-berarah dengan jumlah simpul berupa n , maka pernyataan dibawah akan ekuivalen:

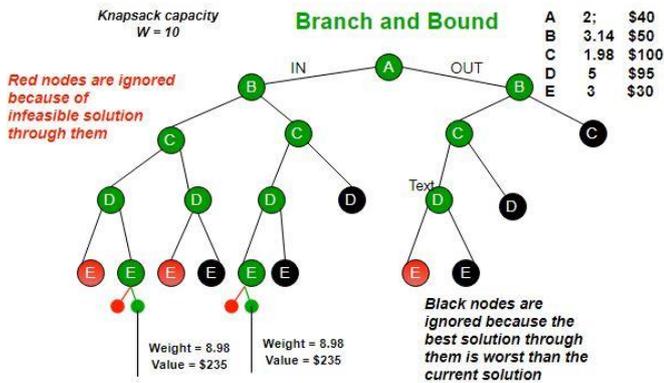
1. G adalah pohon.
2. Setiap pasang simpul di dalam G akan terhubung dengan lintasan tunggal.
3. G terhubung dan memiliki sisi sebanyak $m = n - 1$.
4. G tidak terhubung sirkuit dan memiliki sisi sebanyak $m = n - 1$.
5. G tidak memiliki sirkuit dan penambahan satu sisi pada graf tersebut akan membuatnya menjadi satu sirkuit.
6. G terhubung dan semua sisinya adalah jembatan.



Gambar 3 Contoh Pohon dan Bukan Pohon

(Sumber : Powerpoint Matematika Diskrit IF2120/Rinaldi Munir)

C. Branch and Bound



Gambar 4 Algoritma Branch and Bound

(Sumber: <https://media.geeksforgeeks.org/wp-content/uploads/knapsack3.jpg>)

Algoritma *branch and bound* adalah sebuah algoritma yang diusulkan oleh Ailsa Land dan Alison Doig pada tahun 1960 yang digunakan untuk meminimalkan atau memaksimalkan suatu fungsi objektif yang tidak melanggar batasan dari persoalan untuk optimalisasi. Prinsip algoritma ini adalah dengan membagi ruang solusi terus menerus menjadi himpunan solusi yang memiliki nilai yang paling optimum (branching). Lalu, algoritma ini dilakukan terus menerus sampai membentuk

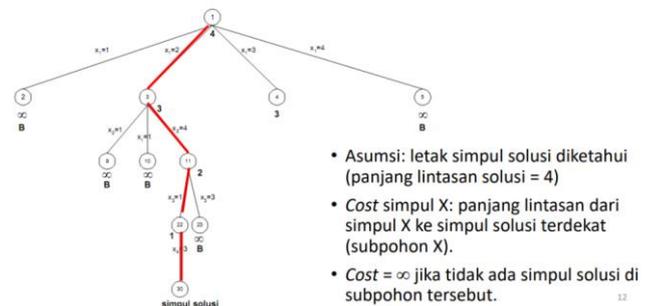
sebuah pohon dan dilakukan sebuah proses *bounding* yang menentukan batasan dalam pencarian solusi yang paling optimal sehingga hasil yang melebihi batas tersebut akan di eliminasi.

Algoritma ini merupakan penggabungan antara dua algoritma, yaitu *Breadth-First Search (BFS)* dan *Least Cost Search*. Pada BFS, simpul selanjutnya yang akan diekspansi diurutkan berdasarkan urutan *First-In First-Out (FIFO)*, sedangkan pada algoritma *Branch and Bound* setiap simpul akan diberi sebuah nilai *cost* yang menaksir lintasan yang minimum ke simpul status tujuan. Simpul yang akan diekspansi berikutnya adalah simpul yang memiliki *cost* paling kecil (pada kasus minimasi).

Fungsi pembatas dalam algoritma *branch and bound* menerapkan pembatasan pada jalur yang tidak lagi mengarah ke solusi dengan kriteria secara umumnya adalah:

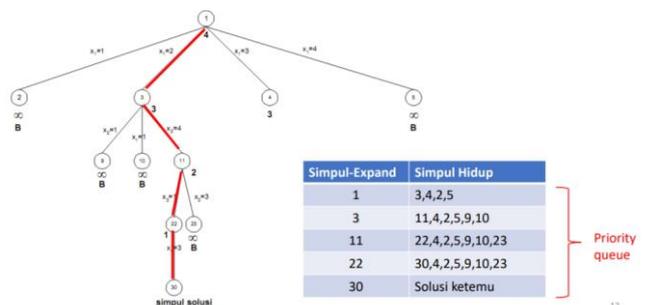
- Nilai simpul yang tidak lebih baik dari nilai terbaik yang ditemukan sejauh ini (the best solution so far)
- Simpul yang tidak *feasible* karena ada batasan yang dilanggar.
- Solusi pada simpul hanya terdiri atas satu titik, sehingga tidak ada pilihan lain dan kita harus membandingkannya dengan solusi yang terbaik saat ini.

Algoritma *branch and bound* ini banyak digunakan dalam permasalahan optimasi seperti *Traveling Salesman Problem*, *Integer Knapsack Problem*, *The N-Queens Problem*, dan *Integer Linear Programming*. Berikut contoh ilustrasi dari aplikasi algoritma *branch and bound* pada pencarian solusi 4-Ratu.



Gambar 5 Branch and Bound

(Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Stmik/2020-2021/BFS-DFS-2021-Bag1.pdf>)



Gambar 5 Branch and Bound

(Sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Stmik/2020-2021/BFS-DFS-2021-Bag1.pdf>)

D. Integer Linear Programming

Linear Programming adalah sebuah metode optimalisasi matematis dimana semua atau sebagian variabelnya adalah integer. Integer Linear Programming digunakan saat solusi fraksional yang dihasilkan tidak realistis, sehingga kita harus mengoptimisasinya.

problem:

$$\text{Maximize } \sum_{j=1}^n c_j x_j,$$

subject to:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m),$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n),$$

$$x_j \text{ integer} \quad (\text{for some or all } j = 1, 2, \dots, n)$$

Gambar 6 Integer Programming

(Sumber: <https://web.mit.edu/15.053/www/AMP-Chapter-09.pdf>)

Model Integer linear programming banyak sekali diaplikasikan dalam berbagai bidang aplikasi. Integer linear programming juga memiliki peran yang sangat penting dalam management science seperti permasalahan capital budgeting, scheduling, dan permasalahan di bidang lain seperti jaringan telekomunikasi dan seluler.

Komponen model matematis dari Integer Programming adalah:

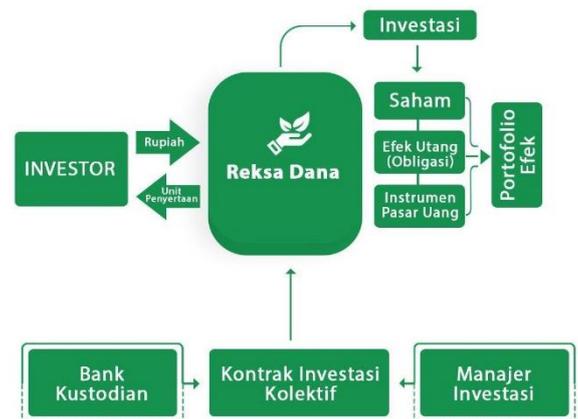
- **Ukuran Performansi**
Ukuran performansi adalah komponen model matematis yang nilainya ingin dioptimalkan, baik dimaksimasi maupun diminimasi.
- **Variabel Keputusan**
Variabel keputusan adalah besaran yang akan dicari nilainya
- **Parameter**
Parameter adalah ukuran-ukuran yang bernilai tetap dan dapat diterapkan dalam perhitungan.
- **Fungsi Objektif**
Fungsi Objektif adalah persamaan matematis yang akan dioptimasi.
- **Fungsi Pembatas**
Fungsi pembatas adalah persamaan matematis yang akan membatasi solusi yang akan dihasilkan.

E. Investasi Reksa Dana

Reksadana ada sebuah alternatif investasi bagi seseorang yang memiliki modal kecil dan tidak memiliki modal waktu dan keahlian untuk menghitung risiko. Reksa Dana hadir sebagai sarana yang mengumpulkan modal dari orang-orang tersebut yang selanjutnya akan diinvestasikan dalam portofolio efek oleh seorang manajer investasi.

Kelebihan dari investasi di Reksa Dana adalah bahwa walaupun pemodal tidak memiliki modal yang besar, dapat melakukan diversifikasi investasi untuk menurunkan risiko. Lalu juga membantu pemodal dengan efisiensi waktu karena dana dikelola oleh seorang manajer investasi profesional sehingga tidak perlu memantau kinerja dari investasinya.

Tetapi Reksa Dana juga memiliki beberapa kekurangan seperti risiko berkurangnya nilai unit penyertaan yang dipengaruhi oleh turunnya harga saham, obligasi, dan surat berharga lainnya yang masuk dalam portofolio pemodal. Lalu juga risiko likuiditas ketika manajer investasi memiliki kesulitan dalam penjualan kembali atas unit yang dipegang. Dan yang terburuk adalah risiko wanprestasi yang timbul ketika asuransi perusahaan reksa dana tidak membayarkan ganti rugi dari pertanggungsaan saat terjadi hal yang tidak diinginkan pada perusahaan reksa dana tersebut.



Gambar 7 Ilustrasi Reksa Dana

(Sumber: <https://www.poems.co.id/htm/Freeducation/LPNewsletter/v85/mekanismereksadana2.jpg>)

III. APLIKASI BRANCH AND BOUND

Dalam pengaplikasian algoritma Branch and Bound, penulis membuat sebuah contoh persoalan **investment problem** yang **tidak berdasarkan data faktual dari kondisi pasar saham dan investasi yang sebenarnya**. Investment Problem yang didefinisikan berupa:

Sebuah perusahaan Reksa Dana memiliki dana Rp1.000.000.000,00 (1 miliar Rupiah) dari para pemodal yang telah dikumpulkan yang tersedia untuk diinvestasikan ke obligasi pemerintah, saham blue chip, saham spekulatif, dan deposito jangka pendek pada bank. Produk Reksa Dana ini perlu setidaknya menaruh 1% investasi di deposito jangka pendek dan tidak boleh melebihi faktor risiko lebih dari 43. Saham

spekulatif harus paling banyak 20% dari total yang diinvestasikan. *Annual expected return* dan faktor risiko dari setiap tipe investasi didefinisikan pada tabel dibawah.

Tipe Investasi	Annual Exp. Return (%)	Faktor Risiko (I-100)
Obligasi Pemerintah	13	15
Saham Blue Chip	20	27
Saham Spekulatif	25	50
Deposito Jangka Pendek	13	7

Tabel 1 Data Tipe Investasi

Sebagai manajer investasi pada perusahaan tersebut, bagaimanakah cara untuk menginvestasikan dana tersebut sehingga hasil dari investasi bisa memaksimalkan total *annual expectation return* untuk profit yang maksimal.

Ukuran Performansi

Notasi	Deskripsi	Satuan
Z	total annual expectation return	rupiah

Parameter

Notasi	Deskripsi	Nilai	Satuan
K1	Annual Exp. Return (%) Obligasi Pemerintah	0.13	-
K3	Annual Exp. Return (%) Saham Blue Chip	0.20	-
K3	Annual Exp. Return (%) Saham Spekulatif	0.25	-
K4	Annual Exp. Return (%) Deposito Jangka Pendek	0.13	-
S1	Faktor Risiko Obligasi Pemerintah	15	-
S2	Faktor Risiko Saham Blue Chip	27	-
S3	Faktor Risiko Saham Spekulatif	50	-
S4	Faktor Risiko	7	-

	Deposito Jangka Pendek		
--	------------------------	--	--

Variabel Keputusan

- x_1 = jumlah investasi pada obligasi pemerintah
- x_2 = jumlah investasi pada saham blue chip
- x_3 = jumlah investasi pada saham spekulatif
- x_4 = jumlah investasi pada deposito jangka pendek

Fungsi Objektif

$$\text{Maksimasi } Z = 0.13x_1 + 0.20x_2 + 0.24x_3 + 0.13x_4$$

Rata-rata faktor risiko

$$43 \geq \frac{15x_1 + 27x_2 + 50x_3 + 7x_4}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}$$

Pembatas

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\leq 1000000000 \\ x_4 &\geq 100000000 \\ -28x_1 - 16x_2 + 27x_3 - 36x_4 &\leq 0 \\ -0.2x_1 - 0.2x_2 - 0.2x_3 - 0.2x_4 &\leq 0 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \text{ (non negative restriction)}$$

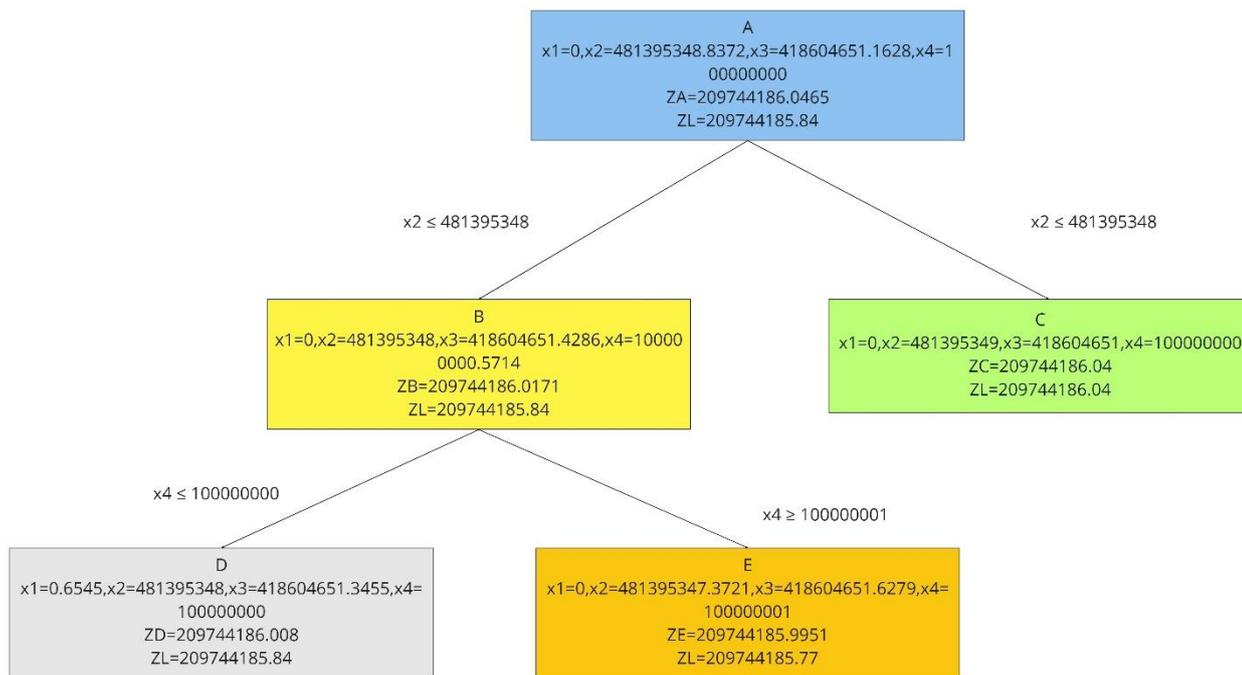
Dengan data-data ini kita bisa mencari hasil yang paling optimal menggunakan algoritma *branch and bound*.

Dengan data diatas, kita akan mencari solusi menggunakan metode Branch and Bound:

$$\begin{aligned} \text{MAKS } Z &= 0,13x_1 + 0,20x_2 + 0,24x_3 + 0,13x_4 \\ &\text{tunduk pada} \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\leq 1000000000 \\ x_4 &\geq 100000000 \\ -28x_1 - 16x_2 + 27x_3 - 36x_4 &\leq 0 \\ -0,2x_1 - 0,2x_2 - 0,2x_3 - 0,2x_4 &\leq 0 \\ \text{dan } x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Proses yang dilakukan sebagai berikut:

- Max ZA = 209744186.0465 ($x_1 = 0, x_2 = 481395348.8372, x_3 = 418604651.1628, x_4 = 100000000$) dan ZL = 209744185.84 ($x_1 = 0, x_2 = 481395348, x_3 = 418604651, x_4 = 100000000$) diperoleh dari nilai solusi yang dibulatkan.
- Dalam Sub-masalah A, $x_2 = 481395348.8372$ harus berupa nilai integer, **sehingga dua batasan baru dibuat**, $x_2 \leq 481395348$ dan $x_2 \geq 481395349$
- Dalam Sub-masalah B, $x_4 (= 100000000.5714)$ harus berupa nilai integer, **sehingga dua batasan baru dibuat**, $x_4 \leq 100000000$ dan $x_4 \geq 100000001$
- Dalam Sub-masalah D, Solusinya adalah



Gambar 8 Hasil Model Pohon Branch and Bound

Max ZD = 209744186.008 ($x_1 = 0.6545$, $x_2 = 481395348$, $x_3 = 418604651.3455$, $x_4 = 100000000$) dan ZL = 209744185.84 ($x_1 = 0$, $x_2 = 481395348$, $x_3 = 418604651$, $x_4 = 100000000$) diperoleh dari nilai solusi yang dibulatkan. ZD = 209744186.008 < ZC = 209744186.04, sehingga tidak diperlukan percabangan lebih lanjut.

- Pada Sub-masalah E, Solusinya adalah ZE Maks = 209744185.9951 ($x_1 = 0$, $x_2 = 481395347.3721$, $x_3 = 418604651.6279$, $x_4 = 100000001$) dan ZL = 209744185.77 ($x_1 = 0$, $x_2 = 481395347$, $x_3 = 418604651$, $x_4 = 100000001$) diperoleh dari nilai solusi yang dibulatkan. ZE = 209744185.9951 < ZC = 209744186.04, **sehingga tidak diperlukan percabangan lebih lanjut.**
- Pada Sub-masalah C didapat bahwa hasil investasi paling optimum dibandingkan sub-masalah lainnya.
- Algoritma *branch and bound* kemudian dihentikan dan solusi bilangan bulat yang optimal adalah: ZC = 209744186.04 dan $x_1 = 0$, $x_2 = 481395349$, $x_3 = 418604651$, $x_4 = 100000000$

Dengan menggunakan algoritma *branch and bound*, penulis berhasil mendapat nilai ZC dan ZL yang optimum pada sub-masalah C. Dengan objektif dan batasan yang ada, manajer investasi akan menginvestasikan Rp209,744,186.04 untuk mendapat hasil investasi yang optimum dimana jumlahnya disebar menjadi:

- Obligasi Pemerintah: Rp0
- Saham Blue Chip: Rp481,395,349
- Saham Spekulatif: Rp418,604,651
- Deposito Jangka Pendek: Rp100,000,000

Terlihat bahwa investasi terbesar dialokasikan pada saham *blue chip* sebesar Rp481,395,349 yang memiliki *annual exp. return* sebesar 20% dan faktor risiko sebesar 27 (skala 1-100). Lalu investasi terkecil pada obligasi pemerintah sebesar Rp0 dengan 349 yang memiliki *annual exp. return* sebesar 15% dan faktor risiko sebesar 13 (skala 1-100).

IV. KESIMPULAN

Dari model optimasi linear integer programming dengan algoritma *branch and bound* ini masih banyak hal yang bisa dikembangkan dan diperbaiki supaya hasilnya lebih akurat. Lalu kita juga bisa menggunakan data faktual dari pasar saham supaya nantinya bisa langsung diimplementasikan. Penulis akan sebisa mungkin untuk melanjutkan projek ini dilain waktu sehingga kita bisa belajar bagaimana produk reksa dana bekerja dan membuat model optimalisasi untuk menghasilkan *annual return* yang besar.

V. PENUTUP

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Tuhan yang Maha Esa karena dengan bantuannya penulis bisa menyelesaikan makalah ini dengan tepat waktu. Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada Bapak Rinaldi Munir dan dosen IF2211 Strategi Algoritma lainnya yang telah mengajarkan konsep-konsep strategi algoritma sehingga penulis bisa membuat makalah berjudul "Penerapan Algoritma *Branch and Bound* dalam Pemecahan *Investment Problem* melalui *Linear Integer Programming*".

Penulis juga ingin mengucapkan banyak terima kasih kepada Ibu dari penulis yang sudah mendukung penulis selama berkuliah daring dari rumah. Semoga semua ilmu yang didapatkan penulis selama belajar mata kuliah IF2211 dan

selama menulis tugas ini bisa menjadi bekal yang baik untuk penerapan ilmu dari teknik informatika untuk kebaikan dunia.

REFERENSI

- [1] <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Stmik/2020-2021/Algoritma-Branch-and-Bound-2021-Bagian1.pdf> diakses pada 10 Mei 2021
- [2] [http://web.tecnico.ulisboa.pt/mcasquilho/compute/_linpro/Taylor B_module_c.pdf](http://web.tecnico.ulisboa.pt/mcasquilho/compute/_linpro/Taylor_B_module_c.pdf) diakses pada 11 Mei 2021
- [3] <https://mat.tepper.cmu.edu/orclass/integer/integer.html> diakses pada 11 Mei 2021
- [4] <http://web.mit.edu/15.053/www/AMP-Chapter-09.pdf> diakses pada 11 Mei 2021
- [5] <https://www.idx.co.id/produk/reksa-dana/#:~:text=Dengan%20Reksa%20Dana%2C%20maka%20akan,seperti%20deposito%2C%20saham%2C%20obligasi.> diakses 11 Mei 2021
- [6] <https://www.youtube.com/watch?v=2CMzITcxL9Q> Investment Problem | How To Formulate A Linear Programming Problem | Happy Learning diakses 11 Mei 2021

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Jakarta, 11 Mei 2021



Ramadhana B. Wishnumurti 13519203